

Présentation recherche en mathématiques

Lycée Camille Jullian

20 février 2025

Qu'est-ce que la recherche en mathématiques ?

Mathématiques : connaissances et méthodes appliquées à des *objets* abstraits :

- logique ;
- ensembles (espaces, applications entre ensembles) ;
- nombres ;
- formes (géométrie, topologie) ;
- structures (algébriques, topologiques) ;
- ...

S'appuie sur des raisonnements logiques, des calculs... mais aussi des analogies, des expériences.

"Dichotomie" mathématiques "pures"/mathématiques "appliquées"
N'a pas vraiment de sens jusqu'à une époque récente ; la frontière est parfois assez floue.

Mathématiques "pures"

Mathématiques "pures" : on part d'un système d'*axiomes* (eg la théorie des ensembles) et on essaie, en utilisant des raisonnements logiques, de démontrer (prouver) des énoncés "intéressants" et "utiles" (des *théorèmes*). Une fois un énoncé démontré, on peut l'utiliser pour en prouver d'autres.

Théorème

(PYTHAGORE) Soit ABC un triangle rectangle en A . On a $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Peut-on comprendre les solutions entières de l'équation $x^2 + y^2 = z^2$?

Théorème

(TRIPLETS PYTHAGORICIENS PRIMITIFS) Si x, y, z sont premiers entre eux dans leur ensemble et y pair. Il existe $u, v \in \mathbf{N}$ premiers entre eux tels que $u > v$ et $(x, y, z) = (u^2 - v^2, 2uv, u^2 + v^2)$.

Affirmation

(FERMAT, DÉBUT DU XVII^{ÈME} SIÈCLE) Remplaçons l'exposant 2 par un entier $n \geq 3$. Si $x, y, z \in \mathbf{Z}$ sont tels que

$$x^n + y^n = z^n$$

alors $xyz = 0$.

$n = 4$: Fermat ; $n = 3$: Euler (1770, preuve incomplète) ; $n = 5$: Dirichelet, Legendre (1825), $n = 14$: Dirichelet (1832), $n = 7$: Lamé (1839), première moitié du XIX^{ème} siècle : Germain, Cauchy.

À partir du milieu du XIX^{ème} siècle : développement de la théorie algébrique des nombres (Dedekind, Kummer, ...)

Années 60 : développement de la géométrie arithmétique (Serre, Grothendieck, Faltings...)

1994 : preuve en général par Wiles (et Taylor), en s'appuyant sur les travaux de Serre, Deligne, Hellegouarch, Frey, Ribet, Mazur, Langlands... par une route **très** détournée et **très** sophistiquée.

Démarche :

- empilement ;
- généralisation : unification des concepts, reformulation des questions dans un cadre plus pertinent, apparition de nouveaux problèmes intéressants ;
- correspondances entre des parties apparemment éloignées des mathématiques, qui permettent d'approfondir la compréhension qu'on a de l'une à partir de celle qu'on a sur l'autre ;
- œuvre collective ;
- collaborations internationales.

Mathématiques "appliquées"

On s'intéresse aux applications des mathématiques à d'autres domaines :

- physique, biologie, médecine, informatique cryptographie, analyse et synthèse du son et de l'image, finance ;
- problèmes "concrets", en lien avec les besoins d'entreprises, du monde industriel, médical, etc.

Les outils mathématiques sont très variés :

- analyse numérique ;
- analyse ;
- physique mathématique ;
- optimisation, optimisation linéaire ;
- théorie de l'information ;
- probabilités et statistiques ;
- algèbre, combinatoire ;
- ...

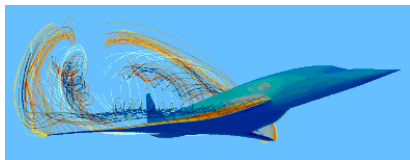
Modéliser, calculer, c'est

- Échanger avec des experts d'autres champs disciplinaires ;
- Choisir des grandeurs pour décrire les phénomènes (approximation de la "réalité") ;
- Établir les équations (souvent des EDP) : physique, biologie, chimie, médecine...
- Les résoudre, souvent de façon approchée, numériquement (implémentation) ;
- Interpréter les résultats.

À quoi est-ce utile ?

- Optimisation ;
- éviter des expériences coûteuses, difficiles (voire impossibles) ;
- faire des prévisions ;
- aide à la décision.

Mathématiques "appliquées" : modéliser, calculer



Écoulement d'air autour d'un avion

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(Maxwell-Gauss) (Maxwell-Faraday)

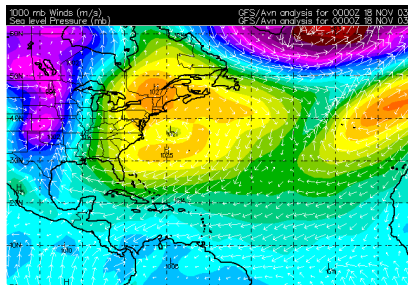
$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \quad \operatorname{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

(Maxwell-Flux) (Maxwell-Ampère)

Équation de Maxwell : régissent les phénomènes électriques, magnétiques et lumineux



Évolution d'une tumeur



- Gestion de trafic aérien, de stock, transport, *etc* ;
- Stocker une image avec minimum de données ;
- Classer un grand nombre de données ;
- Analyser des sondages ;
- Économie, finances, assurances ;
- Images (sismographie, médecine...)

Mathématiques "appliquées" - Exemples

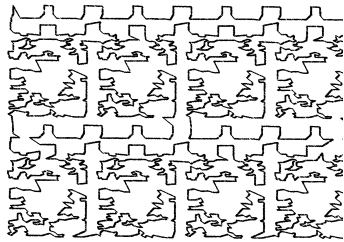
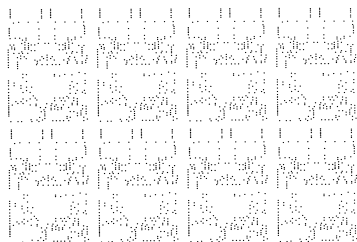
Recherche opérationnelle : aide à la décision.

Problème du voyageur de commerce: étant donné un nombre donné de points (les villes) et les distances entre eux, donner la tournée qui visite toutes les villes en parcourant la distance minimale.



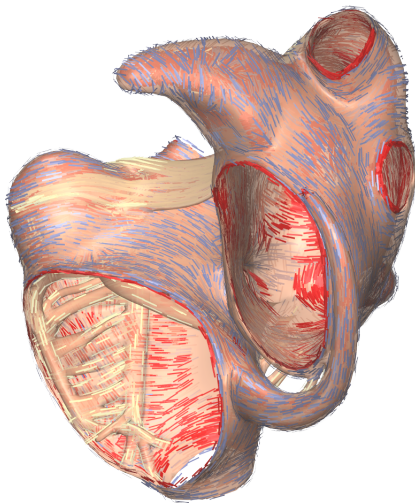
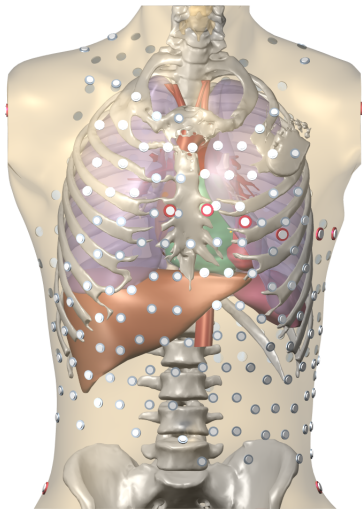
Temps de calcul par une méthode naïve (exhaustive) si le calcul d'un chemin prend une microseconde ($=10^{-6}$ seconde) :

n	temps
10	0,18s
15	> 12h
20	1901 ans
25	plus que l'âge de l'Univers



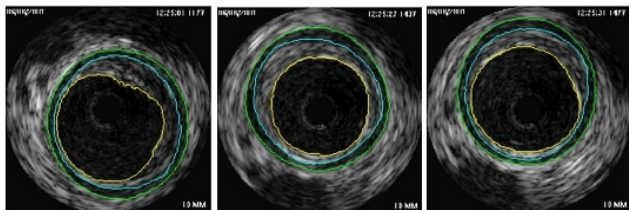
Trouver le chemin de longueur minimale pour perforer une carte de circuit imprimé.

Modélisation et calculs pour l'électrophysiologie cardiaque



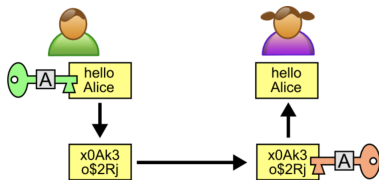
Calcul scientifique : La nage (systèmes multiphysiques)

Traitement des images : débruitage, restauration, segmentation d'images



Cryptographie : sécurité de l'information

Bob chiffre son message par une certaine opération mathématique, impliquant la clé publique d'Alice. Alice le déchiffre grâce à sa clé privée (secrète). Dans le système RSA, ces clés sont construites à partir de deux grands nombres premiers secrets. Leur produit N est public. La clé privée d'Alice est protégée par la difficulté de factoriser cet entier N . En cryptographie, les secrets sont souvent protégés par la difficulté de certaines opérations.



Statuts :

- Enseignant.e-chercheur.se : maître.sse de conférences, professeur.e (université, grandes écoles).
- Chercheur.se : chargé de recherche, directeur de recherche (instituts de recherche : CNRS, INRIA).
- Ingénieur.e de recherche (instituts de recherche : CNRS, INRIA, CEA).
- Ingénieur.e dans le privé (industrie, défense, *etc*).

Remarque : beaucoup de chercheur.se.s CNRS, INRIA, bien que non employé.e.s par une université, sont rattaché.e.s à un laboratoire de recherche dans une université.

La recherche, mais pas seulement...

Les missions des chercheur.s.es et enseignant.e.s-chercheur.se.s :

- Recherche : augmenter les connaissances du domaine, diffusion des nouveaux résultats ;
- Enseignement, typiquement à l'université ;
- Formation à la recherche (encadrement de stages et de doctorats) ;
- Tâches d'intérêt collectif : responsabilités administratives, vie du laboratoire, gestion des enseignements ;
- Diffusion.

Remarques :

- Activité collective ;
- Collaborations internationales (\Rightarrow voyages, séjours à l'étranger) ;
- Corollaire : anglais indispensable ;
- Apprentissage très long.

Tutelles : Université de Bordeaux, Bordeaux-INP, CNRS,

- 170 chercheurs et enseignants-chercheurs, 130 doctorants et post-doctorants,
- 7 équipes :
 - Analyse ;
 - Calcul scientifique et modélisation ;
 - EDP et physique mathématique ;
 - Géométrie ;
 - Image, optimisation et probabilités ;
 - Optimisation mathématique, modèles aléatoires et statistique ;
 - Théorie des nombres.

7 équipes-projets INRIA : ASTRAL (apprentissage statistique et contrôle) , CANARI (cryptographie, algorithmique arithmétique), CARDAMOM (écoulements complexes et fronts mobiles), CARMEN (électro-cardio-physiologie), EDGE (optimisation), MEMPHIS (modèles numériques pour les systèmes multi-physiques), MONC (simulation numérique pour la cancérologie).

Licence de mathématiques

3 parcours :

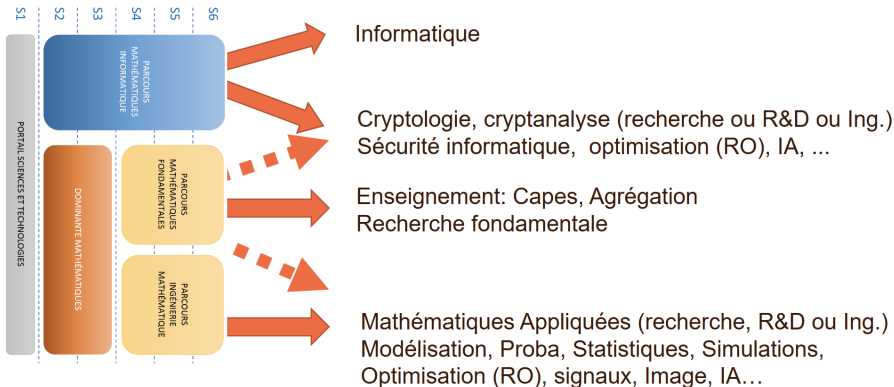
- Mathématiques Fondamentales ;
- Ingénierie Mathématique ;
- Mathématiques-Informatique.

+ parcours international MathFonda, IngéMath, MathInfo (remarque : vœu particulier sur Parcoursup).

2 parcours CMI (Cursus Master Ingénierie)

- OPTIM : [Optimisation mathématique et Algorithmes](#)
- ISI : [Ingénierie de la statistique et informatique](#)

Accès à 3 mentions de Masters (10 parcours)



Optimisation mathématique, algorithmes pour l'aide à la décision

Objectif : Former des experts capables de :

- modéliser mathématiquement des problèmes organisationnels complexes ;
- proposer des méthodes de résolutions
- implémenter informatiquement ces méthodes
- analyser et restituer les résultats

Atouts de la formation :

- Double compétence Math / Info très recherchée
- Des projets en lien direct avec le monde professionnel
- Stage en laboratoire dans une équipe INRIA

Exemples de missions :

- Optimiser la gestion des lits d'hôpitaux
- Planifier les tournées de livraisons
- Planifier les arrêts pour maintenance des centrales nucléaires
- Concevoir les réseaux mobiles avec l'arrivée de la 5G
- Constituer les TER et les affecter aux quais dans les gares

Entreprises partenaires : EDF, Orange, Bouygues, SNCF, Renault...

Ingénierie de la Statistique et Informatique

Objectif : Former des experts en ingénierie mathématique statistique et informatique, dont les compétences portent sur la science des données massives.

Atout de la formation : Double compétence en statistique et Informatique

Entreprises partenaires : EDF, Cdiscount, Engie, Pouey et des startups liées aux données massives

Remarque : CMI → Vœu particulier sur Parcoursup (ou fin de S1 si places disponibles).

Les Master de mathématiques à IUB, après une Licence MathFonda (MF),
IngéMath (IM), MathInfo (MI)

Mathématiques appliquées, statistiques (MAS)

IOD - Image, optimisation et sciences des données (MF, IM, MI) : son,
image, télécom, imagerie médicale

MSN - Modélisation et simulation numérique (IM, MF) : aéronautique,
Modélisation, Calcul Scientifique

MSS - Modélisation statistique et stochastique (IM, MF) : R&D
Assurance, (Bio)statistiques, analyste statistique

ROAD - Recherche opérationnelle, optimisation, algorithmes et données
(IM, MI, MF) : RO, logistique

IREF-FQA - Finance quantitative et actuariat (IM, MI, MF) : analyste
financier, consultant, actuaire.

IREF-REDS – Economic risks and data science (IM, MI, MF) : data
scientist en finance, analyste financier

Mathématiques et applications (MA)

Analyse, équations aux dérivées partielles, probabilités (MF, IM) :
recherche

Cryptologie et Sécurité Informatique (MI, MF, I) : cryptographie, expert
sécurité réseaux/logicielle, chercheur

Agrégation (MF) : enseignement secondaire (et supérieur)

Algèbre, géométrie et théorie des nombres (PI, MF) : recherche

MEEF (Métiers de l'Enseignement)

Enseignement (préparation au CAPES, avec l'INSPE) (MF, MI, IM) :
enseignement secondaire

- Ingénieur.e recherche et développement
- Ingénieur.e calcul
- Ingénieur.e statisticien, fiabilité (risques)
- Ingénieur.e recherche opérationnelle
- Ingénieur.e financier
- Cryptologue, cryptanalyste
- Ingénieur.e sécurité informatique
- Ingénieur.e traitement de signaux ou d'images

Un nombre de postes toujours important au CAPES et à l'Agrégation
(en 2025 : 990 postes au CAPES, 193 au CAFEP, 345 à l'agrégation)

Près de 100% de réussite au CAPES

Deux masters à l'Université de Bordeaux, pour le CAPES (avec l'INSPE)
et pour l'Agrégation.

Un besoin croissant d'ingénieur.e.s mathématicien.ne.s et de mathématicien.ne.s

- Dans les secteurs public et privé
- Recherche publique (Univ., CNRS, INRIA, INSERM...)
- Grands groupes : CEA, EDF, Thalès, Dassault, DCNS...
- Sociétés de service informatique
- Fabricants cartes à puces, TV cryptées, Téléphonie
- Traitement du signal, Imagerie et Instrumentation médicale
- Banques, Assurances, Administrations
- Éducation Nationale

Taux d'embauche importants après un master

Promotion 2021 - après 30 mois

Master de Math Appliquées et Statistiques

- 68,3% en emploi, 29,3% en étude (doctorat) → 97,6%
- salaire moyen : 2 781€ (mensuel net)

Master de Maths et applications

- 43,8% en emploi, 50% en études (doctorat) → 93,8%
- salaire moyen : 2 460€ (mensuel net)

Parmi les meilleurs résultats de l'université, grande variété de secteurs.

Institut de Mathématiques de Bordeaux UMR 5251

<https://www.math.u-bordeaux.fr/imb/>

Unité de formation Mathématiques et interactions :

<https://math-interactions.u-bordeaux.fr/uf-mi>

Plaquette Onisep sur les métiers des mathématiques

[https://www.onisep.fr/content/download/769765/file/zoom-les métiers des mathématiques statistique et informatique.pdf](https://www.onisep.fr/content/download/769765/file/zoom-les_métiers_des_mathématiques_statistique_et_informatique.pdf)